**Тригонометриялық теңдеу. Бір ғана тригонометриялық функция түрімен берілген, алгебралық теңдеулерге келтірілетін тригонометриялық теңдеулерді шешу.**

**Мақала авторы:** М.Х.Дулати атындағы Тараз университетінің математика мұғалімдерін даярлау мамандығының 4 курс студенті- **Аширматова Ақнұр.**

**Кілт сөздер:** тригонометрия, тригонометриялық теңдеулер, дербес шешім.

Бұл мақалада математика саласындағы ауқымды және маңызды тақырыптардың бірі- тригонометрия, соның ішінде қарапайым тригонометриялық теңдеулер туралы қарастырылады. Мақалада бір ғана функция түрімен берілген, алгебралық теңдеуге келтірілетін тригонометриялық теңдеулерді шешу мысалдары келтіріледі.

Тригонометриялық теңдеу- белгісіз аргументтің тригонометриялық функциясына қатысты алгебралық теңдеу.

**Анықтама 1:** Айнымалысы тригонометриялық функция таңбасының ішінде болатын теңдеу тригонометриялық теңдеу деп аталады.

Мысалы: , , т.с.с.

Кейбір тригонометриялық теңдеулердің ерекше атауы бар.

**Анықтама 2:**  (1)

(мұндағы саны кез келген нақты сан) түрінде берілген теңдеулерді қарапайым тригонометриялық теңдеулер деп атайды.

**Анықтама 3:** Тригонометриялық теңдеулерді шешу дегеніміз берілген теңдеуді тура тепе-теңдікке айналдыратын аргументтің мәнін табу.

Тригонометриялық теңдеулерді шешіп, түбірлерін табу кезінде төмендегілерді ескеру керек:

1) егер тригонометриялық теңдеудің бір түбірі бар болса, онда оның шексіз түбірлері болады;

2) басқа теңдеулер сияқты тригонометриялық теңдеулерді оның екі жақ бөлігіне ортақ көбейткіш болатын функцияға бөлуге болмайды, себебі ол кезде теңдеудің ең болмағанда бір түбірі жоғалады.

Кез келген тригонометриялық теңдеулер тепе-тең түрлендірулер жүргізгеннен кейін (1) түрдегі қарапайым теңдеулердің біріне келеді.

Енді тригонометриялық теңдеулердің қарапайым түрлерін шешуді қарастырайық.

1. теңдеуі.

 (2)

(2) формула теңдеуі түбірлерінің жалпы түрі болып табылады.

 теңдеуінің дербес шешімдері төмендегі кестеде көрсетілген.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

 **1-кесте**

1. теңдеуі.

 (3)

(3) формула теңдеуінің түбірлерінің жалпы түрі.

Төмендегі кестеде теңдеуінің дербес түбірлері көрсетілген.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |

 **2-кесте**

1. жәнетеңдеулерінің шешімін табайық.

 (4)

(4) формула теңдеуінің түбірлерінің жалпы түрі.

Дәл осылай теңдеуінің түбірлерінің жалпы түрі төмендегі түрде болады:

 (5)

Төмендегі кестеде және теңдеулерінің дербес түбірлері берілген.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

 **3-кесте**

Біз жоғарыда қарапайым тригонометриялық теңдеулерді шешудің жалпы түрлерін қарастырдық. Енді негізгі тақырыбымыз **бір ғана тригонометриялық функция түрімен берілген, алгебралық теңдеулерге келтірілетін тригонометриялық теңдеулерді** шешуді қарастырамыз.

**Анықтама 4:** Бір ғана тригонометриялық функция түрімен берілген, алгебралық теңдеулерге келтірілетін тригонометриялық теңдеулер.

**1-мысал:**  теңдеуінің түбірлерін табыңыз.

**Шешуі:** Берілген теңдеу функциясына қатысты квадраттық теңдеу болып табылады. Бұл теңдеуді шешу үшін алмастыруын жасаймыз. Сонда, түріндегі квадрат теңдеу аламыз. Квадрат теңдеуді шешіп, түбірлерін табамыз: 2,

Сонда берілген теңдеу функциясына қатысты және түріндегі қарапайым екі теңдеуге келеді.

 теңдеуінің түбірі жоқ, себебі теңдіктің оң жағы

 теңдеуінің түбірін (2) формула арқылы табамыз. Сонда:

 Енді табылған түбірдің берілген теңдеуді қанағаттандыратынын тексерейік. Ол үшін –ны берілген теңдеуге қоямыз:

 Табылған түбір берілген теңдеуді қанағаттандырады.

**Жауабы:**

**2-мысал:**  теңдеуін шешу керек.

 формуласын пайданалып, теңдеуді бір функцияға келтіріп аламыз.

. Теңдеу квaдрат теңдеу түріне келді, енді алмастыруын жасап, оның түбірлерін табамыз:

, бұл теңдеу қарапайым тригонометриялық теңдеу, яғни түбірі 1-кестеде көрсетілген:

 аралығында ғана анықталғандықтан бұл теңдеудің түбірі бола алмайды.

**Жауабы:**

**3-мысал:**  теңдеуін шешіңіз.

**Шешуі:** Теңдеуді шешу үшін ең алдымен –ты теңдігі арқылы түрлендіреміз. Одан кейін ортақ бөлім беріп, теңдеуді квадрат теңдеу түріне келтіреміз.

 *.*Енді осы теңдеуге алмастыруын енгізіп, түбірлерін табамыз.

Табылған түбірді алмастырудың орнына апарып қоямыз.

, Бұл жерде қарапайым тригонометриялық теңдеу, яғни дербес шешімдері 3-кестеде көрсетілген.

**Жауабы:**

**4-мысал:**  теңдеуінің түбірлерін табыңыз.

**Шешуі:** Теңдеуді шешу үшін алдымен теңдеудің екі жағында 2–ге көбейтіп аламыз.

 алмастыруын енгізіп, квадрат теңдеудің түбірлерін табамыз.

 Теңдеудің түбірлерін таптық.

**Жауабы:**

 **Пайдаланылған әдебиеттер тізімі**

1.А.Е.Әбілқасымова, З.А.Жұмағұлова, К.Д.Шойынбеков, В.Е.Корчевский, Алгебра және анализ бастамалары. Жалпы білім беретін мектептің жаратылыстану-математика бағытындағы 10 –сыныбына арналған оқулық. Өңд. 3-бас. –Алматы: Мектеп, 2014,-184 б.

2.Шыныбеков А.Н., Алгебра: Жалпы білім беретін мектептің 9–сыныбына арналған оқулық. 3–басылымы. –Алматы: Атамұра, 2013 .-192 бет.