**Исследование в действии**

**«Развитие умения выдвигать гипотезы при решении задач по математике**

**через методы проблемного обучения»**

Анализ собственной практики преподавания показывает, что результаты текущего оценивания (а именно, итоги поэлементного анализа) учащихся по учебным задачам, направленные на проверку умения учащимися воспроизводить, выбирать и использовать знание математических данных, понятий и приёмов, демонстрируют «средний» уровень (70-75%) усвоения материала по навыку применения. А процент выполнения учащимися заданий практической направленности колеблется в диапазоне 30-55%, что указывает на «недостаточный» уровень сформированности у них исследовательских навыков. Здесь под заданиями практической направленности подразумеваются такие задачи, при решении которых проверяется умение учащихся анализировать условие задачи, моделировать ситуацию из реальной жизни, выбирать и применять подходящие комбинации соответствующих математических и статистических приёмов, интерпретировать результаты решений в контексте задач. Нужно также отметить, что оценивается умение делать логические выводы по математическим данным, определять закономерности в различных задачах, делать соответствующие выводы о стратегиях их решения. Анализ работ учащихся, в которых они решали прикладные задачи, показывает, что они умеют внимательно читать условие задания, выписывать из него данные. Но в большинстве случаев, как было замечено, учащимся не хватает опыта в определении неизвестных величин, а значит, они затрудняются в выдвижении правильных предположений, как эта задача может быть решена. Поэтому следующие предпринимаемые шаги в алгоритме решения задачи ошибочные, и в итоге ответ получается неверным или задание остаётся невыполненным. Так вот этот самый момент, на мой взгляд, когда учащиеся выдвигают идеи, является самым важным в процессе решения любой задачи, потому что без умения подвести жизненный факт, который описывается в задаче, к изученным математическим законам, не могут быть выполнены последующие шаги. А дальнейшие действия, такие как, составить математическую модель, описывающую реальный процесс, подобрать подходящий метод и записать ответ на вопрос задачи учащиеся выполняют на требуемом уровне.

В целях повышения (до 40-65%) уровня навыков, которые требуются для теоретического объяснения реального явления, одним из оптимальных путей решения данной ситуации, на мой взгляд, является проблемное обучение. Потому что для преодоления затруднений, которые учащиеся испытывают при решении прикладных задач, необходима активная самостоятельная деятельность учащихся по их выполнению, в результате чего и происходит овладение требуемыми знаниями, навыками, умениями и развитие мыслительных и исследовательских способностей. Всё это возможно при такой форме организации учебных занятий, которая предполагает создание под руководством учителя проблемных ситуаций.

Из структуры урока проблемного обучения ключевым моментом, считаю этап «Выдвижение гипотез». Это отправная точка для учащихся, когда они высказывают свою точку зрения, затем выбирают последовательные действия для решения проблемы, сами извлекают информацию, представленную в таблицах, геометрических рисунках; синтезируют знания из разных разделов учебной программы; аргументируют свои решения; интерпретируют полученные результаты в соответствии с условием задачи.

Логическим выводом из вышесказанного было принятие решения выбрать исследование в действии в текущем учебном году на тему (это и есть цель моего профессионального развития): «Развитие умения выдвигать гипотезы при решении задач через использование методов проблемного обучения» с учащимися 11-го класса. Потому что это актуально именно для учащихся исследуемого класса, согласно целям учебной программы по предмету «Математика» в старшей школе. Предметные цели подразумевают формирование у учащихся понимания универсальности математических методов и их роли в изучении окружающего мира, а также развитие мыслительных и исследовательских навыков, необходимых для самостоятельного применения их в альтернативных реальных процессах. Это значит, что учащиеся 11-го класса старшей школы продолжают изучение математики для своего дальнейшего развития, на основе базовых знаний, полученных в основной школе. Учащиеся естественным образом используют индукцию и дедукцию, обобщение и конкретизацию, анализ и синтез, классификацию и систематизацию, абстрагирование и аналогию. Математические умозаключения и правила их построения вырабатывают у них умение формулировать, обосновывать и доказывать суждения, учат действовать по заданному алгоритму и конструировать новые, что позволяет вести исследовательскую работу. Исследовательская деятельность развивает способность к перестройке своих действий в зависимости от возникшей ситуации, способность к пересмотру, и если необходимо, изменению своих представлений об объектах, включенных в деятельность. И одновременно идёт отработка указанных выше навыков на практике, так необходимых для повышения гибкости, независимости логического мышления, самостоятельности, уверенности и успешного обучения в высшей школе, в целом, для существования в современном мире.

Тема запланированного урока в наблюдаемом 11 классе «Интегрирование функций вида и линейных комбинаций функций такого вида». Она была выбрана, потому что задачи, решаемые при изучении указанной темы, описывают повседневные явления, когда сталкиваются жизненные представления учащихся с фактами, для объяснения которых от них требуется математическое обоснование. Тот самый навык, отработка которого является главной целью исследования в данном классе. И отличное владение, которым, может, служит залогом необходимых прочных и глубоких знаний для решения задач, где важно учесть межпредметную связь сразу нескольких научных дисциплин. А знания, полученные при изучении данной темы, применяются в физике (например, как математическая модель скорости, работы, массы тонкого стержня, теплоты, давления и других физических величин), в аналитической геометрии, как способ задания различных кривых. Ведь исчисление – это важный инструмент высшей математики и других научных областей, таких как физика, экономика. Ещё одной из причин выбора вышеуказанной темы урока для учащихся 11-го класса, является анализ результата рубежного оценивания выпускных классов по предмету «Математика» из отчёта за предыдущие годы. Когда по итогам выполнения заданий одного из трёх разделов, наиболее сложным для учащихся оказалось нахождение неопределённого интеграла функций двумя методами, и процент выполнения был низкий. И тогда в указанном отчёте был сделан вывод о том, что учащиеся недостаточно владеют техникой интегрирования рациональных дробей, а также отмечено, что данная ошибка повторяется ими каждый год. Моё внимание было обращено на замечание о недостаточном уровне владения техникой интегрирования (в данном случае, более сложной дробно-рациональной функции), и несовершенство именно этого навыка ежегодно приводит к низким показателям качества знаний учеников. Поэтому было решено, в рамках проводимого исследования, выбрать данную, вышеуказанную ранее, тему для того, чтобы наилучшим образом отработать только технику интегрирования функции (в нашем случае, вида ). А когда будут изучаться методы интегрирования рациональных дробей в следующей учебной четверти, учащиеся будут владеть, именно навыком нахождения первообразной, на отлично. И в случае всё же возникновения затруднений у учащихся по теме, указанной в Аналитическом отчёте, более подробно останавливаться именно на особенностях интегрирования рациональных дробей, а не на технике интегрирования. И, таким образом, повысить количество учащихся, которые смогут правильно вычислить интеграл на рубежном экзамене.

Структура запланированного урока была составлена с использованием этапов технологии проблемного обучения и в процессе преподавания должна соответствовать нижеприведённым обоснованиям. Как лучший вариант постановка учебной проблемы задумана на начало занятия, потому что учителем сразу же задаётся темп, создаётся эмоциональная окраска урока, а через неё можно повысить мотивацию у учащихся и будет легче побудить их к определению предстоящей работы на уроке. Поэтому организационный момент был запланирован в формате подводящего диалога, когда учитель задаёт посильные для учеников вопросы и задания, которые, шаг за шагом, приводят их к осознанию проблемы. Результат этого этапа – затруднение учащихся и постановка проблемного вопроса: «Как вычислить интеграл? – который и будет являться целью урока. Ожидается, что сами ученики, работая в паре, сформулируют и озвучат его в ходе решения задач с использованием следующих способов:

Стратегия «Вспомни» будет применяться для того, чтобы учащиеся повторили правила нахождения первообразных и решили первые пять несложных учебных заданий базового уровня с использованием таблицы интегралов. Здесь важно отличное знание и полное понимание техники вычисления учащимися для их результативной работы на протяжение всего урока. Оценить ответы работ учащихся можно будет по готовым развёрнутым решениям на слайдах презентации, где в случае допущения учеником ошибки в вычислениях, есть возможность, сразу же её отыскать в подробном поэтапно расписанном дескрипторе на экране. Сейчас он (и в дальнейшем, аналогично) разработан для наблюдения за учащимися фокус – группы, в процессе проведения исследования практики, куда входят ученик A («сильный»), ученик B («средний») и ученик C («слабый»). Предполагается, что их достижения помогут сделать обоснованный вывод о результативности обучения всех учащихся на уроке. Критерии оценивания составлены таким образом, что позволяют отследить каждый шаг учащегося при выполнении задания: от выбора свойств интеграла и использования формул из таблицы интегралов до их применения в заданном подынтегральном выражении, и в получении правильного ответа к задаче. Ученик, проверяя своё решение, по разработанной схеме выставления баллов, сам может определить этап, на котором он больше всего затруднился или же допустил ошибку, осознаёт это, делает соответствующий вывод о том, как он должен будет в следующий раз выполнить подобное задание. И приходит к итоговому умозаключению, что для вычисления интеграла необходимо выстраивание последовательной цепочки рассуждений об отборе соответствующего свойства и формулы из их большого количества, об их преобразовании под заданное выражение. Эти суждения обосновывают каждое действие, на основе определения причины, почему именно это свойство и формула выбраны и в последствие устанавливаются связи между ними.

Например, вычислить интеграл 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Критерий оценивания** | **Ход решения** | **Балл** | **Примеч.** |
| 1 | Использует свойство неопределенного интеграла.  10. Интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме интегралов от этих функций: |  | 1 | Принимается альтернативное решение и ответ |
| Использует свойство неопределенного интеграла.  20. Постоянный множитель подынтегрального выражения можно вывести за знак интеграла: |  | 1 |
| Использует формулы из таблицы интегралов:  ;  ;  ,  И находит первообразные для каждого подынтегрального выражения |  | 1 |
|  | 1 |
|  | 1 |
|  | 1 |
| Вычисляет интеграл |  | 1 |

По приёму «Сравни» предполагалось, что учащиеся, выполняя следующие 5 заданий, среднего уровня сложности для формирования навыков, будут вычислять интегралы для функций с дробно-рациональным показателем, и это потребует от них чуть больше преобразований, распознавания и сравнения с решениями задач из предыдущего блока, где были даны функции с целым показателем. Здесь было такое предположение, ранее решённые пять задач должны будут помочь учащимся не только в отработке техники вычисления интегралов. Но и развить у учеников умение связать между собой методы нахождения первообразных для десятка различных подынтегральных выражений, и сделать соответствующий вывод о том, что они, в целом, являются степенными функциями, только с разными показателями. А затем вывести для них общий алгоритм вычисления интеграла. Для того, чтобы учащиеся смогли проверить свои ответы, был разработан аналогичный лист с готовыми решениями, но на ключевых позициях имеются пропуски, которые необходимо правильно заполнить. Тут была такая задумка, когда каждая пара учащихся покажет у доски последовательно решение одной из задач, заработает фронтальный процесс взаимооценивания. Учащиеся начнут сверять свои варианты записей с теми выражениями, которые вписаны вместо пропусков на доске, и в случае несовпадения будут выдвигать своё решение, доказывать его правильность, сравнивать свое мнение с высказываниями других, спорить, если найдутся противоречия, рассуждать. В результате совместного обсуждения из предложенных идей, учащимися будет принято одно верное и обоснование решение, а остальные будут опровергнуты.

Метод «Проанализируй» был запланирован для совершенствования навыков учащихся по отысканию первообразных для подынтегральных функций. На данном этапе учащиеся должны будут проанализировать предыдущие решённые два блока заданий, и, предположительно, суметь сформулировать вывод с использованием правил, формул из таблицы интегралов и алгоритмов, а также, составить план вычисления интегралов сложных (показательных, логарифмических и тригонометрических) функций, имеющих степень. Для проверки правильности выполненных задач учащимся в паре будет предложена разработка критериев для дескриптора. Для того, чтобы учащиеся через наблюдение и анализ смогли сравнить и выделить общие признаки, отобрать и сочетать подходящие правила, технику и методы вычисления первообразных для заданных сложных функций с показателем, на основе предыдущего опыта решения задач.

Таким образом, определившись с учебной проблемой, учащиеся подходят к основной части урока, где они, работая в группе, будут учиться применять свои знания в нестандартной ситуации. Эта ситуация одна из двух типов проблемных ситуаций, которая носит название «с затруднением», когда ученикам предложены (здесь, важно дать возможность выбора заданий из каждого уровня и для достижения цели выполнить: задания уровня A – 50%; задания уровня B – 30%; задания уровня C – 20%) для выполнения исследовательские задачи, дифференцированные по уровню сложности A, B, C, на материал урока, достаточно трудные, но выполнимые с опорой на предыдущие знания, умения, навыки. И для их объяснения от ребят потребуются не только учебные знания по изучаемой теме, но и необходимы будут сведения из другого предмета (физики). Задачи с физическим содержанием выбраны, потому что интеграл, изучаемый на уроке, является одним из важнейших понятий математического анализа. Это понятие возникает, например, при решении задач из курса физики о нахождении площади под кривой, пройденного пути при неравномерном движении, массы неоднородного тела. Такая новая ситуация выбрана учителем преднамеренно (как один из приёмов создания учебной проблемы) для учащихся старшей школы (в нашем случае, 11-го класса), потому что они, в силу возрастных особенностей, предположительно, должны суметь на основе анализа, самостоятельно сделать выводы, обобщения и применить известные знания в незнакомых условиях. Считаю, что когда учащиеся приведут решение практической задачи к задаче о восстановлении функции по её производной (то есть к неопределённому интегралу), то у них сформируются универсальные навыки. А именно, у учеников выработаются навыки умственных операций и действий, лучше будет развито внимание, догадка, способности открывать знания, которые они приобретут в ходе решения, и находить новые способы действия путём выдвижения гипотез и их обоснования.

На данном этапе урока выбрана групповая форма работы учащихся. Потому что предполагалось, что вместе им будет легче и быстрее решить предложенную задачу с физическим содержанием. Когда, предположительно, один из членов группы подаст верную идею, в какой последовательности нужно решить задачу. Возможно, второй ученик примется за вычисление необходимых физических величин. Ожидается, что третий участник команды сделает вывод о том, что сила, которую требуется найти, это II закон Ньютона из курса физики за 9 класс, а именно из раздела механики, и который связан с заданными величинами, такими как путь, скорость, ускорение. А четвёртый учащийся оформит краткое, но ёмкое решение для доказательства выдвинутой гипотезы перед другими учащимися. В итоге, такая совместная форма работы углубит понимание нового материала, будет способствовать формированию наглядно-образного мышления и развитию активной речи у учащихся.

Для того, чтобы вызвать интерес учащихся к поиску неизвестных величин по условию задачи были запланированы ряд вопросов. Например, Какие факты налицо в задаче на скорость движения объекта, которая изменяется по приведённому закону? Есть ли затруднение при поиске закона движения, ускорения или вычислении силы, когда известны масса и определённое время объекта? Какие? Какие знания применили или могут понадобиться? Предполагается, что в результате ответами на вопросы у учащихся будут такие отработанные практические навыки, как находить и обозначать неизвестную, предлагать идеи решения и аргументировать их, составлять план выполнения задания, проверять и оценивать свои действия.

А затем учителем приводятся наводящие суждения, для того, чтобы «направить» учащихся к выдвижению гипотез, о том, как она могла быть решена: «Давайте предположим...»; «В какой последовательности будете решать проблему...»; «Выскажите свою точку зрения»; «Какие есть идеи, догадки?» Ожидаемые ответы учащихся такие, как «Моё предположение, что закон движения объекта это формула, которую нужно получить из заданного выражения скорости»; «Сначала нужно найти закон движения, как первообразная от скорости, затем вычислить производную от скорости – это будет ускорение, и в последнюю очередь, можно определить силу по 2 закону Ньютона»; «Моя точка зрения о задаче, следующая: она описывает физическое явление – движение объекта, которое связано с такими величинами, как путь, скорость, время и ускорение. Поэтому их нужно определить для вычисления силы».

Возможно, что учащиеся не выдвинут своих гипотез, тогда учитель предложит свои варианты (среди них сознательно запланированы ошибочные предположения). Например, ложное умозаключение: «Я считаю, что ускорение есть первообразная скорости движения объекта, а вы как думаете?» Для опровержения ошибочной гипотезы учителя, предполагается, что учащиеся, сочетая наблюдение (внимательно слушая сознательно ложное предположение) и опыт (тема, рассматриваемая сейчас, ранее частично изучалась в 10 классе, поэтому они знают, что дифференциал пути – есть скорость) должны найти и сформулировать противоречие, а затем прийти к выводу: «Первообразной скорости не может быть ускорение. Так как первой производной от закона движения является скорость объекта, значит, вычисление интеграла приведёт нас к нахождению формулы, описывающей путь». Это первый шаг, который поможет учащихся сделать последовательно следующий выбор: «Второй производной от закона движения или дифференциал первого порядка от скорости является ускорение». Затем для нахождения силы, действующей на объект, предполагается, что учащимся необходимо будет вспомнить, что всякое ускорение тела вызывается действием на него каких-либо других тел. И синтезировать эти знания из физики, а затем сделать вывод о том, это II закон Ньютона.

Таким образом, ожидается, что в результате выдвижения гипотезы о том, как должно быть решено заданное выражение и его доказательстве, учащиеся, используя такие приёмы, как наблюдение, анализ, сравнение, определение общих признаков, отбор методом исключения, опыт, отработают практические навыки. Такие как: умение ставить цель, определять и предлагать идеи, обсуждать, сравнивать своё мнение с точками зрениями других, составлять план решения, проверять и оценивать свои действия.

  И в завершении урока, запланировано выполнение одного задания индивидуально каждым учащимся. Для того, чтобы каждый ученик в результате умственных операций и действий, сам смог применить известные знания в нестандартных условиях, и соответственно, открыть и найти новые способы решения путём выдвижения гипотез и их обоснования. Это задание математического содержания в формате задачи из внешнего суммативного оценивания потребует от учащихся не только знание и понимание использования формул, но и другого подхода в её решении. Он заключается в том, чтобы учащийся пришёл к правильному логическому выводу по математическим данным (а именно, как использовать дополнительное условие, данное в задаче) на основе анализа условия задачи. Здесь нужно, чтобы он сделал соответствующее заключение о стратегиях решения, затем выбрал и применил подходящий метод решения. Хотелось бы отметить, что для вычисления интеграла в частном случае, ученик в результате мыслительной деятельности должен суметь синтезировать знания из разных разделов учебной программы за курс основной и старшей школ. Значит, учащийся, предположительно, выдвигает догадку о том, что для определения значения постоянной величины в формуле первообразной, нужно применить алгоритм нахождения общей точки касания графиков заданных функций. Результатом этой работы должна быть сформированость прочных знаний у учащихся. Через разработанный дескриптор, который позволяет оценить навыки мыслительной деятельности, таких как: знание и понимание, применение, навыки высокого порядка, учитель сможет проверить уровень достижения цели обучения на уроке каждым учеником и степень сформированности исследовательских навыков. А они могут быть получены через практические навыки, которые отрабатываются в ходе самостоятельного решения задач.

И в заключение этапа планирования хотелось бы, отметить, что выбранные методы обучения, формы учебной деятельности учащихся на уроке, стратегии и инструменты оценивания их работ, ресурсы являются, на мой взгляд, наиболее эффективными. Потому что предполагается, что они помогут достичь ожидаемых результатов всеми учениками, а в случае возникновения затруднений у учащихся, определить их причину и скорректировать дальнейшую работу с классом, и таким образом, улучшить свою практику или внести в неё изменения для развития.

В начале урока, диалог, в форме вопросов и первых пяти заданий из стратегии «Вспомни», помог учащимся вспомнить теоретическую часть изучаемой темы, понять какая работа предстоит им, поэтому формулировка учебной проблемы была сразу же озвучена большинством учащихся, как вопрос, ответом на который и было новое знание «Как вычислить интеграл?» Осознание учебной проблемы, пришло, когда учащиеся убедились в постепенном усложнении содержания и способа вычисления интеграла по приёму «Сравни» и методу «Проанализируй». Когда ученикам понадобились не только учебные знания, но и универсальные навыки. Указанные навыки в процессе умственных действий, помогали учащимся связать между собой ранее решённую задачу с последующей. Для того, чтобы они сравнили их, определили общие признаки и выбрали ключевой из них для продуктивного выполнения следующих задач. Анализируя результаты решённых задач по первой части урока, можно сделать вывод о том, что большинством учащихся достигнуты поставленная учебная цель. За исключением трёх учеников (это 27% от числа всех учащихся в классе), у которых выполнение задач методом «Проанализируй» вызвало затруднения. Потому что им не хватило умения логически связать десяток хорошо решённых предыдущих задач, в которых требуется лишь знание и понимание использования формул, с пятёркой следующих заданий. А именно не смогли определить закономерность в этих задачах и делать соответствующие выводы о стратегиях их решения. Доказательством этому служит оценивание по совместно разработанному учащимися критериям, когда можно было в работах указанных ребят увидеть только часть выполненных заданий, до этапа предположениями учащимися догадок о том, как должны быть решены задачи. Это свидетельствует о необходимости более стандартизированных алгоритмов решения задач для демонстрации этих навыков.

В основной части урока групповая форма, как и ожидалось, способствовала тому, что каждым учащимся подробно рассмотрена и решена предложенная задача практической направленности. Потому что работая в группе, ученики помогали друг другу в выполнении задачи, именно в той части действия, в которой учащийся силён. В результате, они сообща пришли к пониманию поставленной перед ними учебной проблемы через выдвижение гипотез, обсуждение противоречий, и обоснованное доказательство, а затем составив совместный план решения, получили ответы в контексте задачи. Наблюдения за учащимися фокус – группы, подтверждают, что их продуктивность в групповой работе благоприятно отразилась на результативности всех учащихся, в их глубоком понимании взаимосвязанности ранее изученного с предстоящим, между разделами и предметами и умении показать всё это через решение задачи. Проверить эффективность данного метода обучения можно, если на следующих занятиях подобные задачи предложить уже для самостоятельного выполнения. И тогда, когда каждый учащийся сможет достичь ожидаемого результата, будет сделан вывод о том, что применённый метод действительно работает.

Таким образом, успех выбранного исследования в своей практике зависит от осознания учебной задачи учащимися, чёткой формулировки ими проблемы, умения детей высказывать свою точку зрения, делать выводы. Значит, на уроке необходимо обучение построить так, чтобы –обучение, характеризовалось поиском, «открытием» знаний учениками. Целью ставить:

– развитие интеллекта и творческих способностей учащихся;

– формирование прочных знаний;

– повышение мотивации;

– воспитание активной личности.

Эффективность применения выбранного метода во многом зависит от заинтересованной позиции педагога и высокой внутренней мотивации учащихся. В процессе такого обучения происходит и усвоение материала, и развитие мыслительной деятельности.

Главным результатом выбора данного исследования является то, что выпускник школы, в будущем, будет ориентироваться в современных ценностях, обретать опыт практической деятельности, и в итоге, открытым к сотрудничеству.