**КГУ «Туздинская общеобразовательная школа»**

**Тема**

**«Решение логических задач»**

учитель математики: Тканов М.К.

***Содержание***

[Введение 3](#_Toc348131386)

[Метод первый: Метод рассуждений 4](#_Toc348131387)

[Метод второй: Метод таблиц 5](#_Toc348131388)

[Метод третий: Метод графов 5](#_Toc348131389)

[Метод четвертый - Метод кругов Эйлера 7](#_Toc348131390)

[Заключение. 7](#_Toc348131391)

[Литература. 8](#_Toc348131392)

*Предмет математики настолько серьезен, что нельзя упускать случая сделать его немного занимательным.*

*Блез Паскаль*

# Введение

Решать логические задачи очень увлекательно. В них вроде бы нет никакой математики - нет ни чисел, ни функций, ни треугольников, ни векторов, а есть только лжецы и мудрецы, истина и ложь. В то же время дух математики в них чувствуется ярче всего - половина решения любой математической задачи (а иногда и гораздо больше половины) состоит в том, чтобы как следует разобраться в условии, распутать все связи между участвующими объектами.

Существуют разные способы решения логических задач. Таких приемов несколько, они разнообразны и каждый из них имеет свою область применения.

**Предмет математической логики и его основоположники**

Слово "логика" греческого происхождения. Логика как наука основана [Аристотелем](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C) (384-320 гг до н.э.), который был необыкновенной фигурой в целой плеяде блестящих греческих ученых. Он был последователем [Платона](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D1%82%D0%BE%D0%BD) и посещал его Академию в Афинах. После смерти Платона (347 г.до н.э.) Аристотель покинул Афины. Он вернулся туда 12 лет спустя и основал свою школу - Лицей. Одним из учеников Аристотеля был [Александр Великий](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D1%80_%D0%92%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D0%BA%D0%B8%D0%B9).

Аристотель не был математиком в полном смысле этого слова, его логика является скорее частью философии, но эта часть - основа всех наук. В своем выдающемся произведении "Аналитики" Аристотель создал и проверил около 20 схем рассуждений, которые назвал *силлогизмами*. Процитируем самый известный силлогизм: "Сократ - человек; все люди смертны; значит Сократ смертен". После Аристотеля силлогизмы и их трансформации стали основой дедуктивных рассуждений. Галилей говорил, что если бы ему пришлось начать снова свое будущее, то он последовал бы совету Платона и "принялся бы сперва за математику как науку, требующую точности и принимающую за верное то, что вытекает как следствие из доказанного".

[Готфрид Лейбниц](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D0%B5%D0%B9%D0%B1%D0%BD%D0%B8%D1%86) в начале XVIII века сделал попытку создать формальную логическую систему, введя законы сочетания высказываний. Он высказал идею о том, что рассуждения могут быть сведены к механическому выполнению определенных действий по установленным правилам: "Можно придумать некий алфавит человеческих мыслей, и с помощью комбинации букв этого алфавита и анализа слов, из них составленных, все может быть открыто и разрешимо". Но эти работы не были опубликованы, и лишь в XIX веке [Джордж Буль](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D1%83%D0%BB%D1%8C%2C_%D0%94%D0%B6%D0%BE%D1%80%D0%B4%D0%B6) и [Август де Морган](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D1%80%D0%B3%D0%B0%D0%BD%2C_%D0%9E%D0%B3%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%81_%D0%B4%D0%B5) основали математическую логику, независимую от философии.

Назовем известнейшие работы Буля (1815-1864): "Формальная логика", "Исследование законов мысли". Буль вводит в логику алгебраическую структуру, называемую сегодня *кольцо Буля*, две операции, свойства которых в чем-то подобны свойствам операции с числами (например, 1+0=1), и в чем-то расходятся с ними (например, 1+1=1). Это позволило описать логику высказываний как формальную алгебраическую структуру.

Другой математик, А.де Морган, ввел кванторы (не называя их) и сделал попытку формального определения структур, продолжив работу, начатую Булем.

Логические или *нечисловые* задачи составляют обширный класс нестандартных задач. Сюда относятся, прежде всего, текстовые задачи, в которых требуется распознать объекты или расположить их в определенном порядке по имеющимся свойствам. При этом часть утверждений условия задачи может выступать с различной истинностной оценкой (быть истинной или ложной). К классу логических задач относятся также задачи на переливания и взвешивания (фальшивые монеты и т.п.).

Итак, я ставлю перед собой **цель**:

* показать различные способы решения логических задач;
* на примерах конкретных задач выяснить: какие методы более эффективные;
* продемонстрировать умение сравнивать и анализировать, составлять цепочки умозаключений и делать логические выводы.

Известно несколько различных способов решения логических задач:

* Метод рассуждений;
  + - Метод таблиц;
    - Метод графов;
    - Метод кругов Эйлера.

Остановимся отдельно на каждом из выделенных методов, иллюстрируя их примерами решения конкретных задач.

## Метод первый: Метод рассуждений

***Идея метода:*** Последовательные рассуждения и выводы из утверждений, содержащихся в условии задачи.

Способ рассуждений - самый примитивный способ. Этим способом решаются самые простые логические задачи. Его идея состоит в том, что мы проводим рассуждения, используя последовательно все условия задачи, и приходим к выводу, который и будет являться ответом задачи. Познакомиться с этим методом можно на следующем примере. Этим способом обычно решают несложные логические задачи.

***Задача* .**

Директор школы беседует с 4 учениками школы, подозреваемыми в хищении классного журнала из учительской. ***Александр*** сказал, что журнал похитил Борис. ***Борис*** утверждал, что виноват Григорий. ***Григорий*** заверил директора, что Борис врет. ***Виктор*** настаивал на том, что журнал взял не он. Директору школы удалось установить, что один из учащихся сказал все же правду. Кто похитил журнал?

*Решение*. Т.к. правду сказал только один из учащихся, предположим, что журнал украл ***Александр***. Тогда правду сказали 2 учащихся Григорий и Виктор. А это противоречит условию. Пусть журнал украл ***Борис***. Вновь правду сказали двое: Александр и Григорий. Пришли к противоречию. Пусть журнал украл ***Григорий***. Вновь правду сказали двое: Александр и Борис. Остается один ученик – Виктор, который и украл журнал. Все при этом лгут, только Григорий говорит правду.

## Метод второй: Метод таблиц

Основной прием, который используется при решении текстовых логических задач, заключается в построении таблиц. Таблицы не только позволяют наглядно представить условие задачи или ее ответ, но в значительной степени помогают делать правильные логические выводы в ходе решения задачи.

***Задача***.

На столе в один ряд стоят четыре вазы разного цвета (черного, синего, зеленого и белого). В каждой вазе находятся цветы только одного из видов: тюльпаны, розы, лилии и гвоздики.

*Решение*. Известно, что тюльпаны и розы стоят не в белой вазе. Ваза с лилиями стоим между синей вазой и вазой с гвоздиками. В черной вазе не лилии и не тюльпаны. Зеленая ваза стоит около черной вазы и вазы с розами. Укажите,

какие цветы стоят в каких по цветы вазах.

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Т** | **Р** | **Л** | **Г** |
| **ч** | –– | –– | –– | + |
| **с** | –– | + | –– | –– |
| **з** | + | –– | –– | –– |
| **б** | –– | –– | + | –– |

## Метод третий: Метод графов

Слово «граф» в математической литературе появилось совсем недавно. Понятие графа используется не только в математике, но и в технике и даже в повседневной жизни под разными названиями – схема, диаграмма.  
 Особенно большую помощь графы оказывают при решении логических задач. Представляя изучаемые объекты в наглядной форме, «графы» помогают держать в памяти многочисленные факты, содержащиеся в условии задачи, устанавливать связь между ними.  
 Графом называется любое множество точек, некоторые из которых соединены линиями или стрелками. Точки, изображающие элементы множества, называют вершинами графа, соединяющие их отрезки – рёбрами графа. Точки пересечения рёбер графа не являются его вершинами. Во избежание путаницы вершины графа часто изображают не точками, а маленькими кружочками. Рёбра иногда удобнее изображать не прямолинейными отрезками, а дугами.

***Задача****.*

На рисунке – схема дорог, связывающих города А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, И, К. По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города А в город К?

|  |  |
| --- | --- |
| вершина | откуда? |
| Б | А |
| В | АБГ |
| Г | А |
| Д | БВ |
| Е | Г |
| Ж | ВЕ |
| И | Д |
| К | ИДЖЕ |

Г

В

А

К

Е

Б

Д

Ж

И

*Решение* (перебор вершин по алфавиту):

1. Запишем вершины в алфавитном порядке и для каждой из них определим, из каких вершин можно в нее попасть

Б ← А

В ← АБГ

Г ← А

Д ← БВ

Е ← Г

Ж ← ВЕ

И ← Д

К ← ИДЖЕ

1. теперь определяем количество путей; сначала ставим 1 для тех вершин, в которые можно проехать только из начальной (А):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| вершина | откуда? | N |
| Б | А | 1 |
| В | АБГ |  |
| Г | А | 1 |
| Д | БВ |  |
| Е | Г |  |
| Ж | ВЕ |  |
| И | Д |  |
| К | ИДЖЕ |  |

1. затем на каждом шаге добавляем те вершины, в которые можно доехать из уже добавленных в список (и из исходной точки):

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| вершина | откуда? | N |
| Б | А | 1 |
| В | АБГ | 3 |
| Г | А | 1 |
| Д | БВ | 4 |
| Е | Г | 1 |
| Ж | ВЕ | 4 |
| И | Д | 4 |
| К | ИДЖЕ | 13 |

*Ответ: 13.*

## Метод четвертый - Метод кругов Эйлера

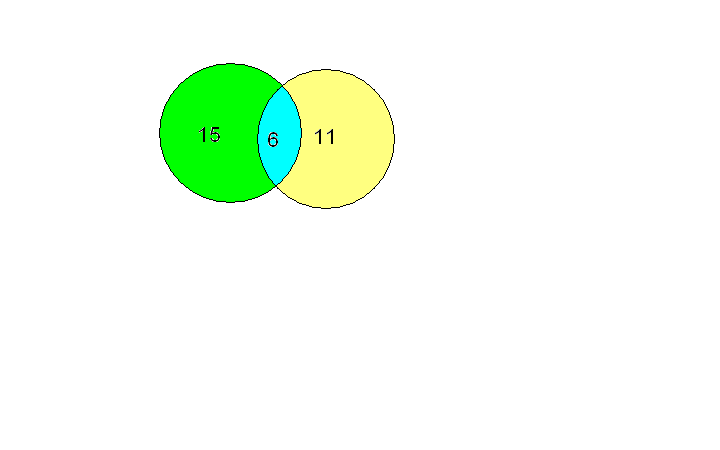
Это новый тип задач, в которых требуется найти некоторое пересечение множеств или их объединение, соблюдая условия задачи.

Круги [Эйлера](http://logika.vobrazovanie.ru/index.php?link=eyler.html&&a=kr_e.html) — геометрическая схема, с помощью которой можно изобразить отношения между подмножествами, для наглядного представления.

Метод Эйлера является незаменимым при решении некоторых задач, а также упрощает рассуждения. Однако прежде чем приступить к решению задачи, нужно проанализировать условие. Иногда с помощью арифметических действий решить задачу легче.

***Задача***:

*Некоторые ребята из нашего класса любят ходить в кино. Известно, что 15 ребят смотрели фильм «Обитаемый остров», 11 человек – фильм «Стиляги», из них 6 смотрели и «Обитаемый остров», и «Стиляги». Сколько человек смотрели только фильм «Стиляги»?*

*Решение* . Чертим два множества таким образом:  
^ 6 человек, которые смотрели фильмы «Обитаемый остров» и «Стиляги», помещаем в пересечение множеств.   
15 – 6 = 9 – человек, которые смотрели только «Обитаемый остров».

 11 – 6 = 5 – человек, которые смотрели только Стиляги».   
*Ответ: 5 человек смотрели только «Стиляги».*

# Заключение.

Я старался показать, что математика - не сухая и скучная наука, а полная необычных и интересных открытий жизнь. Для решения подобных задач не нужны специальные теоретические знания, но необходимо мышление, умение сравнивать и анализировать, определять истинность суждений и строить умозаключения.

# Литература.

В.И.Арнольд. Задачи для детей от 5 до 15 лет. –– 2-е изд., дополненное. ––

М.: МЦНМО, 2007. –– 16 с.

Байиф Ж-К. Логические задачи. М.: Мир, 1983. 171 с.

Бизам Д., Герцег Я. Многоцветная логика. М.: Мир, 1978. 434 с.

Брадис М.В., Минковский В.Л., Харчева А.К. Ошибки в математических рассуждениях. М.: Учпедгиз, 1959. 176 с.