**Квадратичная функция и ее график**

В этой статье мы поговорим о том, что такое **квадратичная функция**, научимся строить ее **график** и определять вид графика в зависимости от знака дискриминанта и знака старшего коэффициента.
Итак.

**Функция вида , где  называется квадратичной функцией.**

В уравнении квадратичной функции:

**a** - **старший коэффициент**

**b** - **второй коэффициент**

**с**  - **свободный член.**

**Графиком квадратичной функции является квадратичная парабола**, которая для функции  имеет вид:



Обратите внимание на точки, обозначенные зелеными кружками - это, так называемые "базовые точки". Чтобы найти координаты этих точек для функции , составим таблицу:



**Внимание!** Если в уравнении квадратичной функции старший коэффициент , то график квадратичной функции имеет ровно такую же форму, как график функции при любых значениях остальных коэффициентов.

График  функции  имеет вид:



Для нахождения координат базовых точек составим таблицу:



Обратите внимание, что график функции  симметричен графику функции относительно оси ОХ.

Итак, мы заметили:

**Если старший коэффициент a>0, то ветви параболы напрaвлены вверх.**

**Если старший коэффициент a<0, то ветви параболы напрaвлены вниз.**

Второй параметр для построения графика  функции - значения х, в которых функция равна нулю, или **нули функции**. На графике нули функции  - это точки пересечения графика функции  с осью ОХ.

Поскольку ордината (у) любой точки, лежащей на оси ОХ равна нулю, **чтобы найти координаты  точек  пересечения графика функции  с осью ОХ, нужно решить уравнение .**

В случае квадратичной функции  нужно [решить квадратное уравнение](https://ege-ok.ru/2012/04/01/reshenie-kvadratnyih-uravneniy/) .

Теперь внимание!

В процессе решения квадратного уравнения мы находим дискриминант: , который определяет число корней квадратного уравнения.

И здесь **возможны три случая:**

**1**. Если ,то уравнение  не имеет решений, и, следовательно, квадратичная парабола  не имеет точек пересечения с осью ОХ. Если ,то график функции выглядит как-то так:



**2**. Если ,то уравнение   имеет одно решение, и, следовательно, квадратичная парабола   имеет одну точку пересечения с осью ОХ. Если ,то график функции выглядит примерно так:



**3**.  Если ,то уравнение   имеет два решения, и, следовательно, квадратичная парабола   имеет две точки пересечения с осью ОХ:

,  

Если ,то график функции выглядит примерно так:



Следовательно, **зная направление ветвей параболы и знак дискриминанта, мы уже можем в общих чертах определить, как выглядит график нашей функции.**



Следующий важный параметр графика квадратичной функции - **координаты вершины параболы:**







Прямая, проходящая через вершину параболы параллельно оси OY является осью симметрии параболы.

И еще один параметр, полезный при построении графика функции - **точка пересечения параболы  с осью OY.**

Поскольку абсцисса любой точки, лежащей на оси OY равна нулю, чтобы найти точку пересечения параболы  с осью OY, нужно в уравнение параболы вместо х подставить ноль: .

**То есть точка пересечения параболы с осью OY имеет координаты (0;c).**

Итак, основные параметры графика квадратичной функции показаны  на рисунке:



Рассмотрим **несколько способов построения квадратичной параболы.** В зависимости от того, каким образом задана квадратичная функция, можно выбрать наиболее удобный.

**1**. Функция задана формулой .

Рассмотрим **общий алгоритм построения графика квадратичной параболы** на примере построения графика функции 

**1**. Направление ветвей параболы.

Так как ,ветви параболы направлены вверх.

**2**. Найдем дискриминант квадратного трехчлена 

  

Дискриминант квадратного трехчлена больше нуля, поэтому парабола имеет две точки пересечения с осью ОХ.

Для того, чтобы найти их координаты, решим уравнение: 

,  

**3**.   Координаты  вершины параболы:





**4**. Точка пересечения параболы с осью OY: (0;-5),и ей симметричная относительно оси симметрии параболы.

Нанесем эти точки на координатную плоскость, и соединим их плавной кривой:



Этот способ можно несколько упростить.

1. Найдем координаты вершины параболы.

2. Найдем координаты точек, стоящих справа и слева от вершины.

Воспользуемся результатами построения графика функции



Кррдинаты вершины параболы





Ближайшие к вершине точки, расположенные  слева от вершины имеют абсциссы соответственно -1;-2;-3

Ближайшие к вершине точки, расположенные справа имеют абсциссы  соответственно 0;1;2

Подставим значения х в уравнение функции, найдем ординаты этих точек и занесем их  в таблицу:



Нанесем эти точки на координатную плоскость и соединим плавной линией:



**2**.  Уравнение квадратичной функции имеет вид  - в этом уравнении  - координаты вершины параболы

или в уравнении квадратичной функции  , и второй коэффициент - четное число.

Построим для примера график функции .

Вспомним [линейные преобразования графиков функций.](https://ege-ok.ru/2012/04/06/preobrazovanie-grafikov-funktsiy/) Чтобы построить график функции , нужно

* сначала построить график функции ,
* затем одинаты всех точек графика умножить на 2,
* затем сдвинуть его вдоль оси ОХ на 1 единицу вправо,
* а затем вдоль оси OY на 4 единицы вверх:



Теперь рассмотрим построение  графика функции . В уравнении этой функции , и второй коэффициент - четное число.

Выделим в уравнении функции полный квадрат: 

Следовательно,  координаты вершины параболы: . Старший коэффициент равен 1, поэтому построим по шаблону параболу с вершиной в точке (-2;1):



**3**.  Уравнение квадратичной функции имеет вид y=(x+a)(x+b)

Построим для примера график функции y=(x-2)(x+1)

1. Вид уравнения функции позволяет легко найти нули функции - точки пересечения графика функции с осью ОХ:

(х-2)(х+1)=0, отсюда 

2. Координаты вершины параболы: 



3. Точка пересечения с осью OY: с=ab=(-2)(1)=-2 и ей симметричная.

Нанесем эти точки на  координатную плоскость и построим график:



**График квадратичной функции.**

Перед вами график квадратичной функции вида .

Кликните по чертежу.
Подвигайте движки.
Исследуйте зависимость
- ширины графика функции  от значения коэффициента ,
- сдвига графика функции  вдоль оси  от значения  ,

- сдвига графика функции  вдоль оси  от значения
- направления ветвей параболы от знака коэффициента
- координат вершины параболы  от значений  и :