# Теңдеулер жүйесін шешу әдістері

Ақберді Колибаев

М.Х.Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті,
Жаратылыстану ғылымдары факультеті, Математика кафедрасы

29 қыркүйек, 2024

**Аңдатпа**

Бұл мақалада теңдеулер жүйесін шешудің негізгі әдістері қарастырылады. Мақалада графиктік, қосу және алмастыру әдістері түсіндіріліп, олардың артықшылықтары мен шектеулері талқыланады. Осы әдістердің көмегімен теңдеулер жүйелерінің шешімдерін оңай табуға болады.

**Кілт сөздер:** теңдеулер жүйесі, сызықтық теңдеулер, сызықтық емес теңдеулер, графиктік әдіс, қосу әдісі, алмастыру әдісі.

Теңдеулер жүйесі дегеніміз – бірнеше айнымалысы бар теңдеулерден тұратын және олардың ортақ шешімін табуды қажет ететін математикалық модель. Теңдеулер жүйелері екі түрге бөлінеді: сызықтық теңдеулер жүйесі және сызықтық емес теңдеулер жүйесі. Сызықтық теңдеулер жүйесі айнымалылардың бірінші дәрежелерімен ғана сипатталады және олардың шешу әдістері салыстырмалы түрде жеңіл. Ал сызықтық емес теңдеулер жүйелері айнымалылардың квадраттық, кубтық немесе одан жоғары дәрежелерімен сипатталады және оларды шешу әдістері күрделірек болып келеді.

Екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі деп

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2. \end{cases} \tag{1}$$

түріндегі теңдеулер жинағын айтады. Мұндағы $x, y$ - айнымалылар немесе белгісіздер, $a_1, b_1, a_2, b_2$ - айнымалылардың коэффициенттері, $c_1, c_2$ - бос мүше деп аталады. Егер теңдеулер жүйесінің кемінде бір теңдеуі сызықтық теңдеу болмаса, оны сызықтық емес теңдеулер жүйесі деп атайды. Мысалы:

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ x^3 - y^3 = 19. \end{cases}$$

Теңдеулер жүйесін шешу – математиканың маңызды бөлімі. Мұндай теңдеулер жүйесін шешу үшін әртүрлі әдістер қолданылады. Бұл мақалада теңдеулер жүйесін шешудің үш негізгі әдісі қарастырылады: графиктік әдіс, қосу әдісі және алмастыру әдісі.

# 1 Графиктік әдіс

Теңдеулер жүйесін шешудің жиі қолданылатын тәсілдерінің бірі - графиктік тәсіл. Бұл тәсілді қолданғанда жүйедегі теңдеулердің бір айнымалысын аргумент, ал екінші айнымалысын функция деп қарап, жүйедегі екі теңдеудің де графиктерін бір тікбұрышты координаталар жүйесіне саламыз. Сонда жүйедегі теңдеулер графиктерінің қиылысу нүктелерінің координаталары берілген жүйенің шешімдері болады. Ал жүйедегі теңдеулердің графиктері қиылыспаса, онда жүйенің шешімі болмайды.

Мысалы,

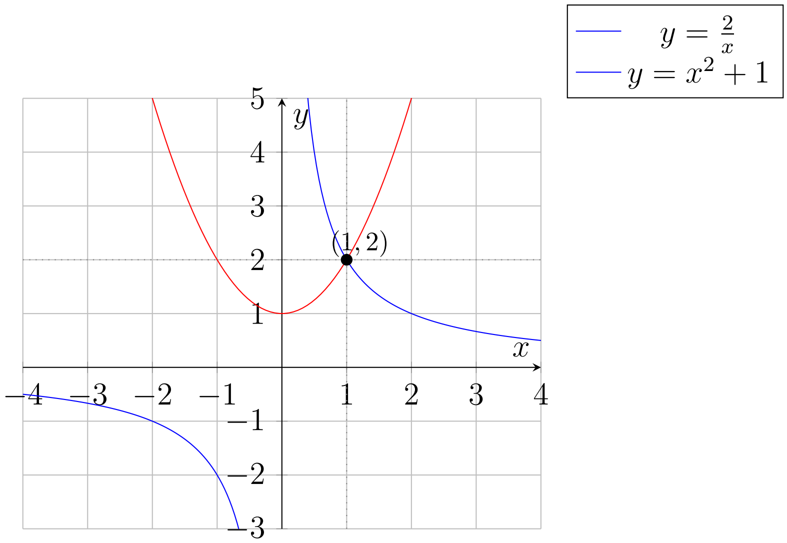
$$\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ y = x^2 + 1 \end{cases}$$

теңдеулер жүйесін графиктік тәсілмен шешейік. Бірінші функциялардың графиктерінде жататын бірнеше нүктелердің координаталарын анықтайтын кесте құрайық:

| **x** | **-3** | **-2** | **-1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y = \frac{2}{x}$ | $-\frac{2}{3}$ | $-1$ | $-2$ | $-$ | 2 | 1 | $\frac{2}{3}$ |
| $y = x^2 + 1$ | 10 | 5 | 2 | 1 | 2 | 5 | 10 |

Кесте арқылы анықталған нүктелерді қоссақ, бірінші теңдеудің графигі гипербола, екінші теңдеудің графигі парабола екенін және жүйенің бір ғана шешімі бар және ол: $x = 1; y = 2$ болатынын көреміз (1-сурет).

*Жауабы:* (1; 2).




1-сурет

## 2 Қосу әдісі

Қосу әдісі — сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің тағы бір тиімді әдісі. Қосу әдісінің негізгі мәні: жүйенің теңдеулерін қандай да бір сандарға көбейтіп, оларды қосу (не азайту) арқылы айнымалылардың біреуінен арылады. Шыққан теңдеуден бір айнымалыны анықтап, сонан соң оны пайдаланып, берілген жүйенің бір теңдеуінен екінші айнымалының мәнін анықтайды.

Мына теңдеулер жүйесін қарастырайық:

$$\begin{cases} x - 2y = 3, \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Алдымен екінші теңдеуге 2-ні көбейтейік:

$$\begin{cases} x - 2y = 3, \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$$

Енді теңдеулерді қосайық:

$$(x - 2y) + (4x + 2y) = 3 + 2$$

Нәтижесінде:

$$5x = 5$$

Осыдан:

$$x = 1$$

Енді $x = 1$-ді кез келген бастапқы теңдеуге қоямыз, мысалы, $2x + y = 1$:

$$2(1) + y = 1$$

$$2 + y = 1 \implies y = -1$$

Осылайша, жауабы $(1; -1)$ болады.

# 3 Алмастыру әдісі

Алмастыру әдісі — бұл жүйенің бір теңдеуінен айнымалылардың біреуін екіншісі арқылы өрнектеп, оны жүйенің екінші теңдеуіне қойып, айнымалылардың мәндерін анықтау. Түсіну үшін мысал қарастырайық.

Мына теңдеулер жүйесі берілсін:

$$\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$$

Бірінші теңдеуден $x$-ті шығарып алайық:

$$x = 7 - 2y$$

Енді осыны екінші теңдеуге қоямыз:

$$3(7 - 2y) - y = 4$$

Осыны шешейік:

$$21 - 6y - y = 4 \implies 21 - 7y = 4 \implies -7y = -17 \implies y = \frac{17}{7}$$

Енді $y$-тің мәнін бірінші теңдеуге қоямыз:

$$x + 2\left(\frac{17}{7}\right) = 7$$

Осыдан:

$$x = 7 - \frac{34}{7} = \frac{49}{7} - \frac{34}{7} = \frac{15}{7}$$

*Жауабы:* $(\frac{15}{7}; \frac{17}{7})$.

Сөзімді қорытындылай келе айтарым, әр әдістің өзінің артықшылықтары мен кемшіліктері бар. Мысалы графиктік әдіс графиктерді салу арқылы теңдеулердің шешімдерін визуалды түрде көруге мүмкіндік береді. Бұл теңдеулердің қалай әрекет ететінін жақсы түсінуге көмектеседі. Бірақ бұл тәсілді біз үш немесе оданда көп айнымалысы бар есептерге қолдана алмаймыз және бұл әдіс уақытты көп талап етеді. Қосу әдісі арқылы біз есепті тез шығара аламыз, уақытымызды үнемдейміз. Алайда, қосу әдісін күрделі теңдеулер жүйесіне қолдансақ, шешімді табу қиынға соғып кетеді. Қосу әдісі көбіне сызықтық теңдеулерге қолданылады. Алмастыру тәсілі ең көп қолданылатын тәсілдердің бірі. Себебі ол сызықтық және сызықтық емес теңдеулерді шешуге мүмкіндік береді. Бірақ бұл әдіс уақытты көп талап етеді және көп адамдардың теңдеулерді алмастыру кезінде қате жіберу ықтималдығы жоғары.

Әр әдіс белгілі бір жағдайда тиімді. Осылайша, бір әдісті нақты есептің ерекшелігіне байланысты таңдап, тиімді қолдануымыз қажет.

## Қолданылған әдебиеттер


[1] А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов, Б.Е.Вейц, О.С.Ивашев-Мусатов, Б.М.Ивлев, С.И.Шварцбурд, *Алгебра және анализ бастамалары, 9-10 сынып*, Алматы, Мектеп баспасы, 1982 ж.

[2] А.Е.Әбілқасымова, Н.Р.Майкотов, Қ.И.Қаңлыбаев, Ә.С.Кенеш, *Алгебра, 9 сынып*, Алматы, Мектеп баспасы, 2005.

[3] Шыныбеков Ә.Н., *Алгебра, 9 сынып*, Алматы, Атамұра баспасы, 2013.

[4] Е.С.Кочетков, *Алгебра және элементар функциялар, 9-сынып, 1-бөлім*, Алматы, Мектеп баспасы, 1974.